Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Curitiba

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

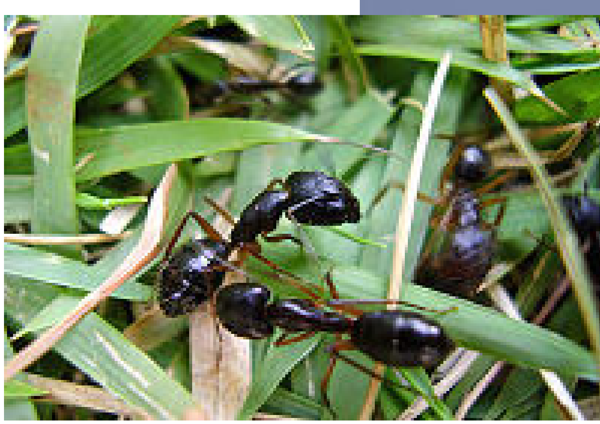
SISTEMAS INTELIGENTES 1

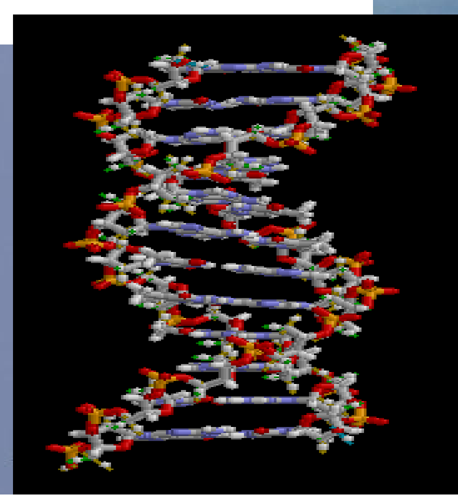
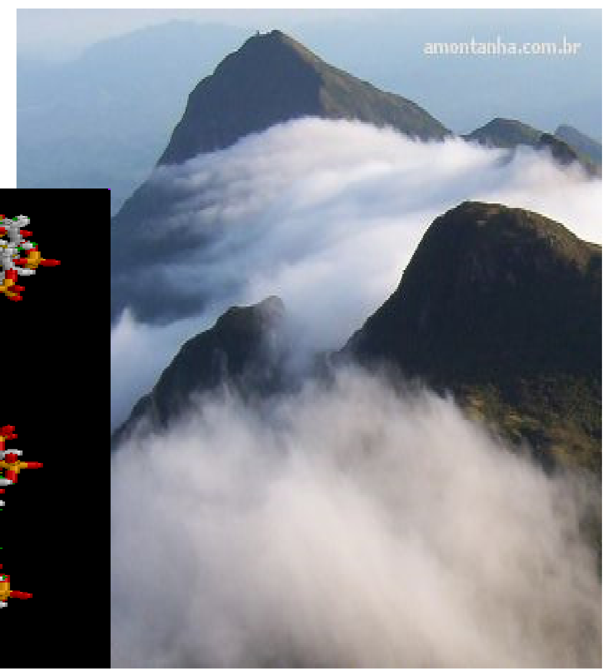
Computação Natural

(Sistemas *Fuzzy ou Sistemas Nebulosos*)

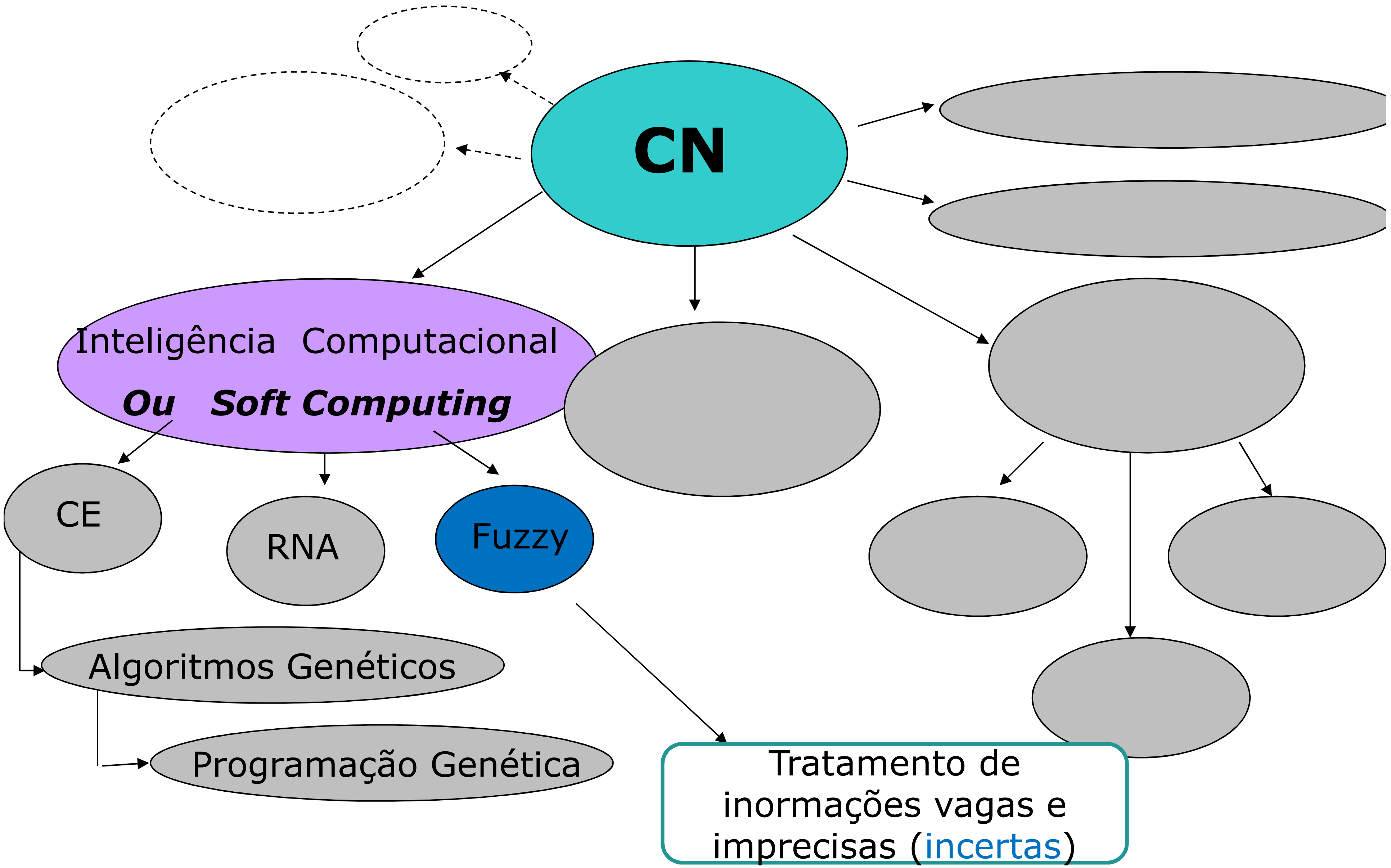
Computação Natural (CN)

- Sistemas Computacionais que utilizam algum mecanismo **inspirado na natureza** para o processamento de informação
- Sistemas Bioinspirados

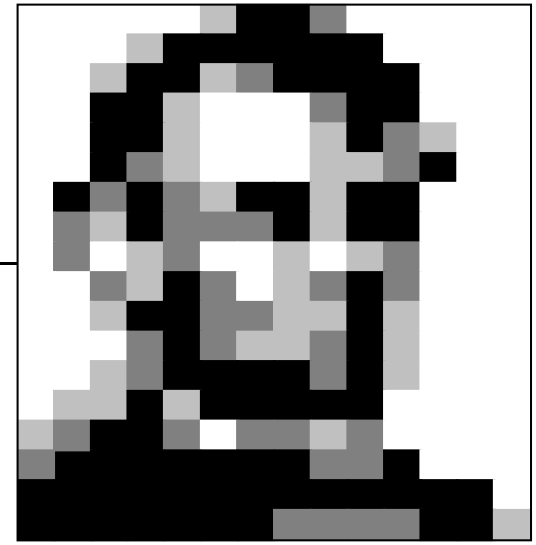


Esquema Geral da Computação Natural



Incerteza

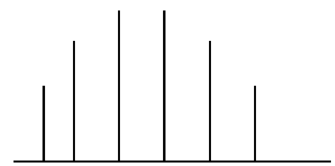


Incerteza Probabilística x Incerteza Possibilística

A **probabilidade** de tirar uma bola escura é 0.8

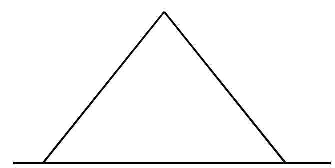
A **possibilidade** da bola retirada ser escura é 0.8

Variável aleatória → Distribuição de Probabilidades



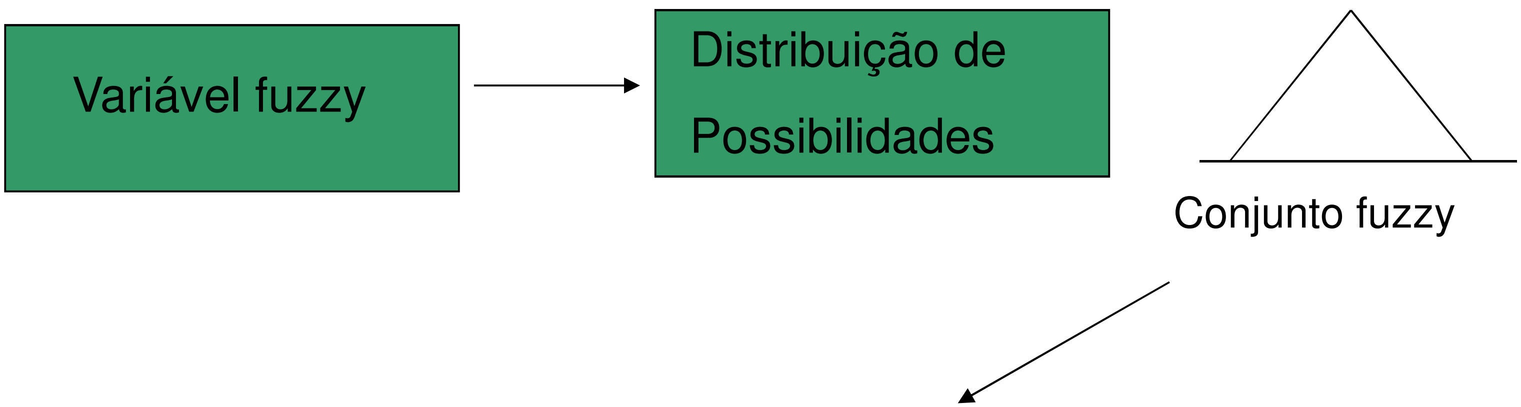
Dist. De probabilidade

Variável fuzzy → Distribuição de Possibilidades



Conjunto fuzzy

Incerteza Possibilística: Fuzzy



Conceitos linguísticos: {alto, forte, longe,
baixo, fraco, perto}

Sistemas Fuzzy

A teoria de Sistemas fuzzy está fortemente embasada na teoria de conjuntos fuzzy.

Portanto, o conceito de pertinência representa um aspecto fundamental para o entendimento desta teoria.

Conjuntos Crisp x Fuzzy (Nebulosos)

Conjuntos fuzzy foram propostos por Zadeh em 1965 e formam a base para a linguagem natural onde o conceito de pertencer é gradual

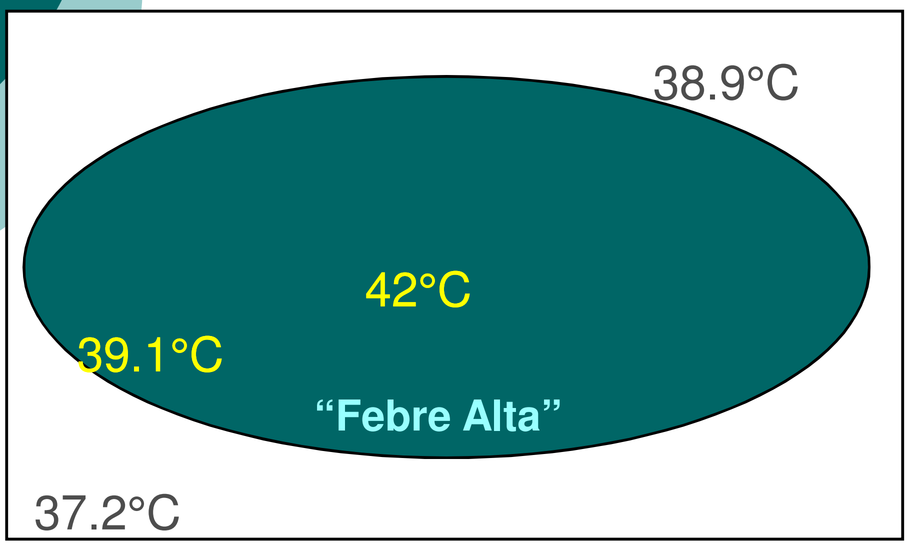
Banana é fruta (crisp) x Pedro é alto (fuzzy)

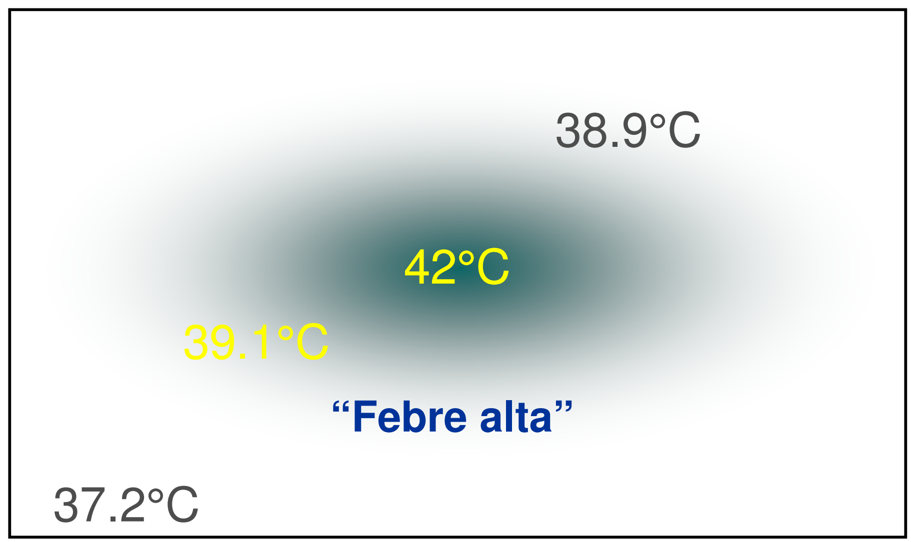
Pedro: 1,98m

João: 1,70m

Maria: 1,50

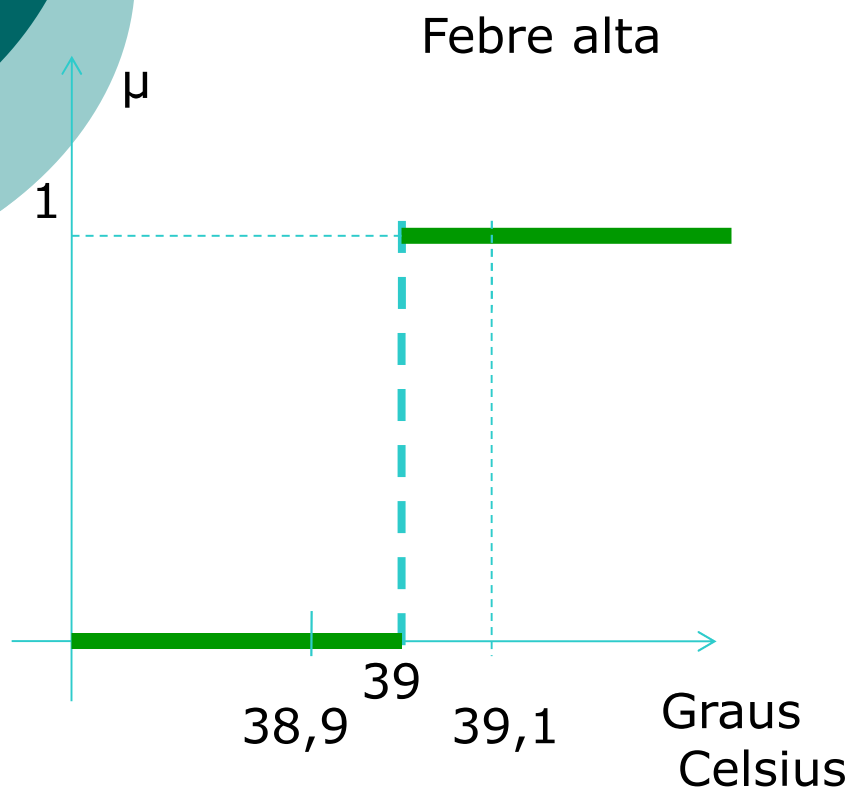
Conjuntos Crisp x Fuzzy (mesma variável)



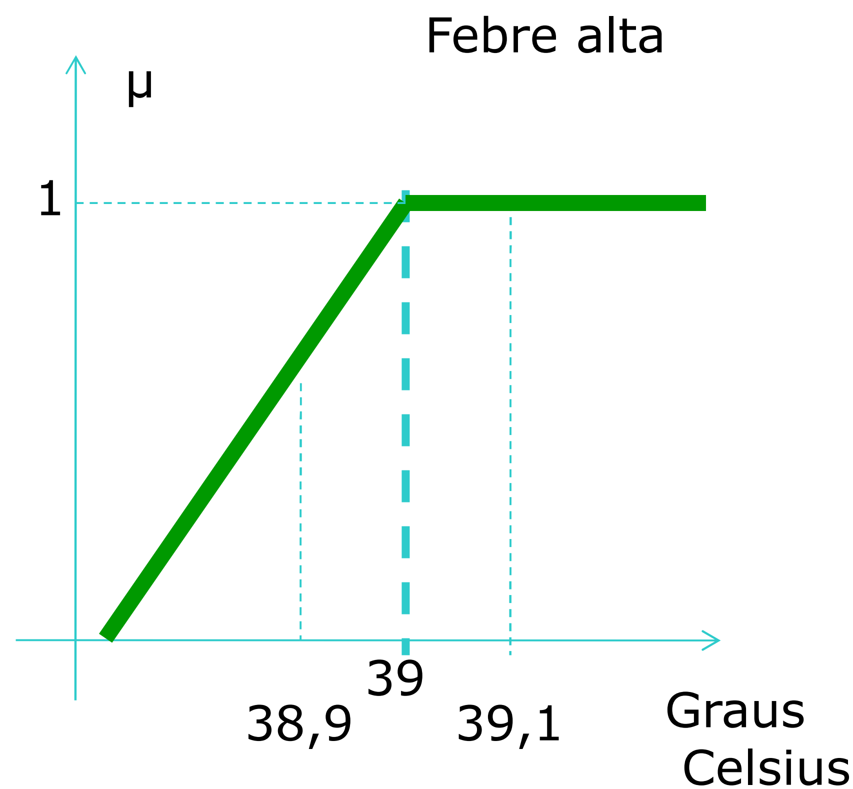


Conjuntos Crisp x Fuzzy (mesma variável)

Crisp



Fuzzy



Conjuntos Fuzzy (pertinência)

Funções de pertinência

$\boldsymbol{X}$ Coleção de objetos

Conjunto fuzzy A: coleção de pares ordenados.

$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in \boldsymbol{X}\}$

$\mu_A(x)$: função de pertinência

com que grau um objeto *x* pertence ao conjunto *A*.

<u>Conjuntos clássicos</u>: $\mu_A: \boldsymbol{X} \rightarrow \{0, 1\}$

* Apenas dois valores são permitidos: Pertence ou Não pertence.

<u>Conjuntos fuzzy</u>: $\mu_A: \boldsymbol{X} \rightarrow [0, 1]$

* A transição é gradual.

Conjuntos Fuzzy (função de pertinência)

Formatos usuais de funções de pertinência

Função triangular

Trapezoidal

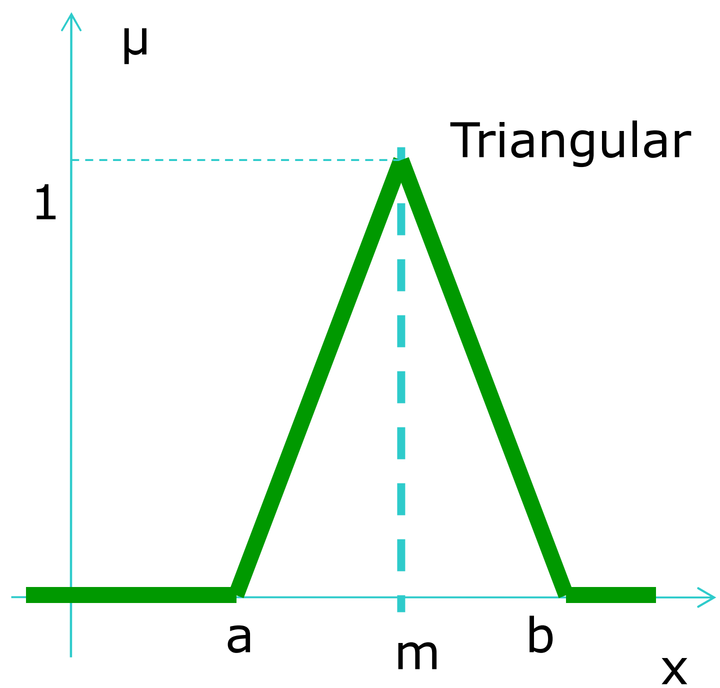
Gaussiana

Singleton

Conjuntos Fuzzy (função de pertinência)

<u>Função triangular</u>: Parâmetros (a, b, m) com a ≤ m ≤ b

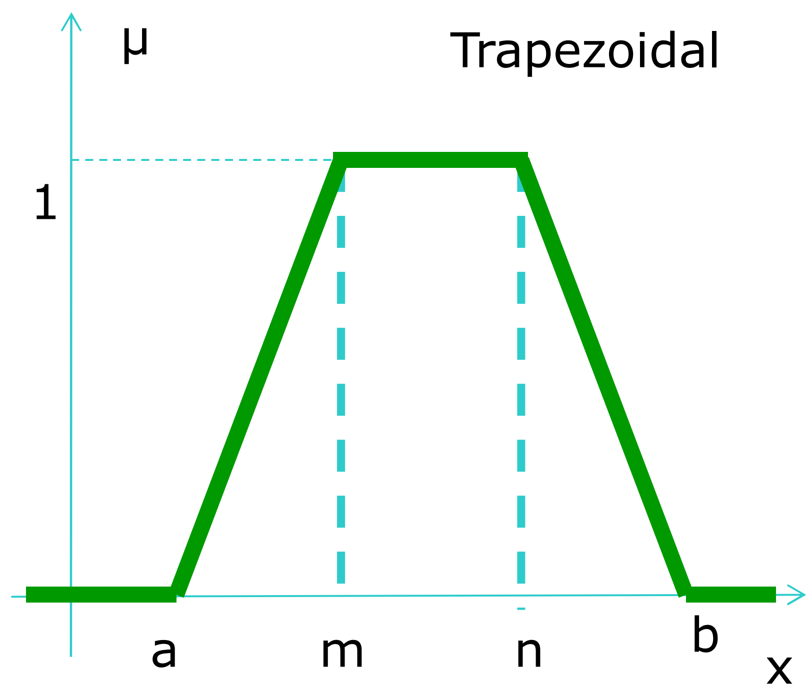
$$\mu = \begin{cases} 0 & \text{se } x \le a \\ (x - a)/(m - a) & \text{se } a < x \le m \\ (b - x)/(b - m) & \text{se } m < x \le b \\ 0 & \text{se } x > b \end{cases}$$



Conjuntos Fuzzy (função de pertinência)

Função trapezoidal: Parâmetros (a, b, m,n) com a ≤ m ≤ n ≤ b

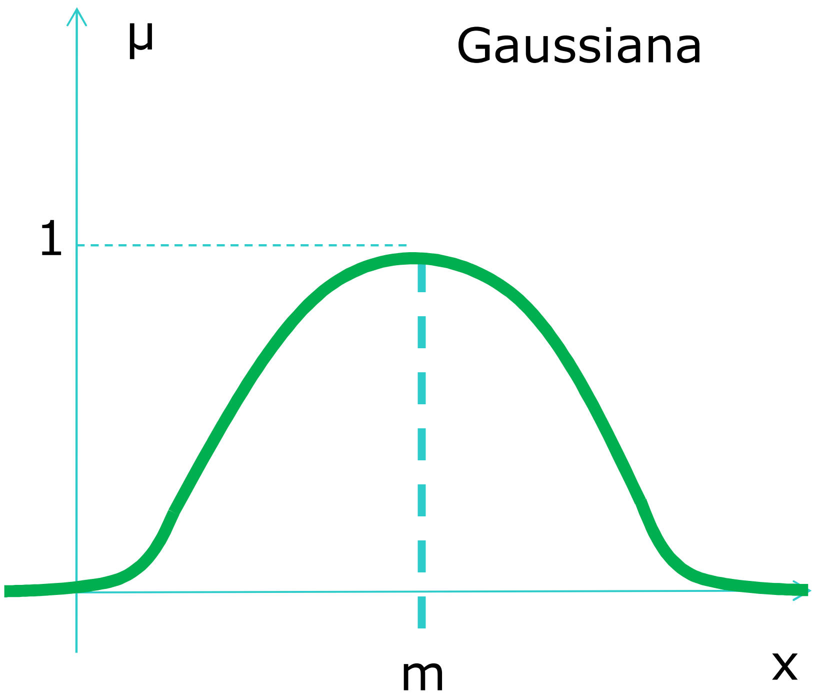
$$\mu = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ (x - a)/(m - a) & \text{se } a < x \leq m \\ 1 & \text{se } m < x \leq n \\ (b - x)/(b - n) & \text{se } n < x \leq b \\ 0 & \text{se } x > b \end{cases}$$



Conjuntos Fuzzy (função de pertinência)

Função Gaussiana Parâmetros (m,σ)

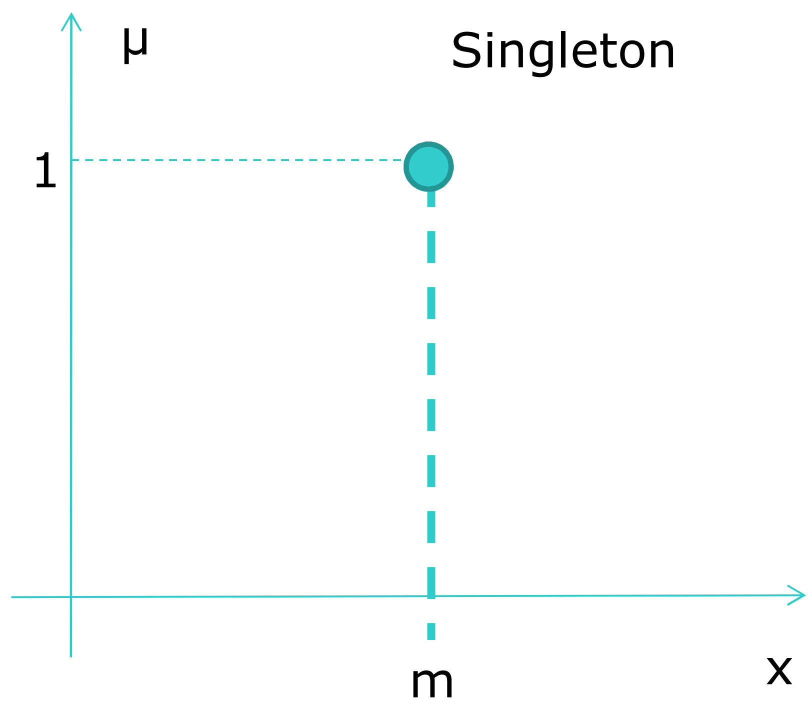
$$\mu = e^{\left(-\sigma (x-m)^2\right)}$$



Conjuntos Fuzzy (função de pertinência)

Singleton: Parâmetro (m)

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{se } x = m \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

Complemento

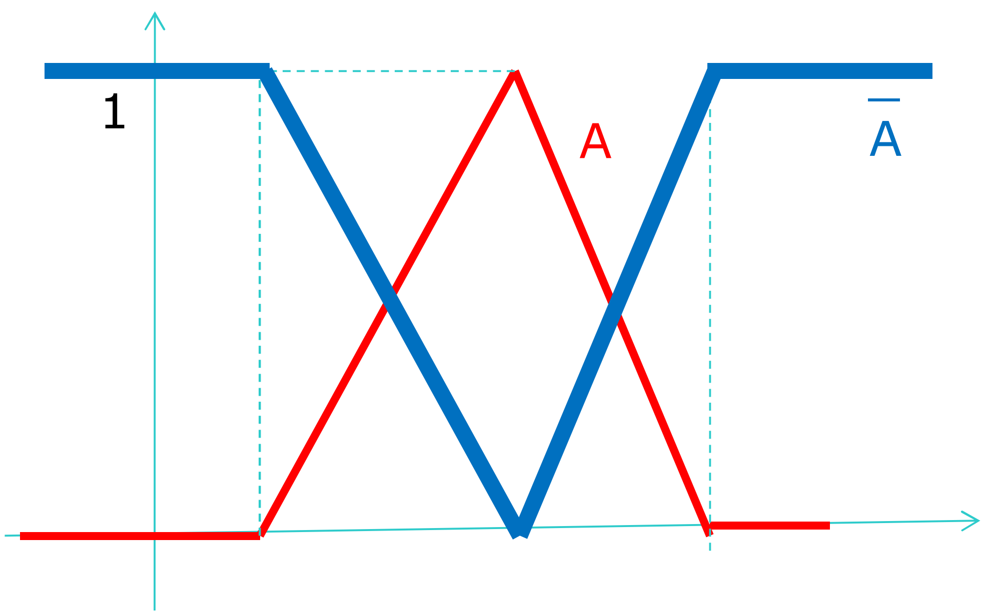
União

Interseção

Operações com Conjuntos Fuzzy

Negação ou Complemento

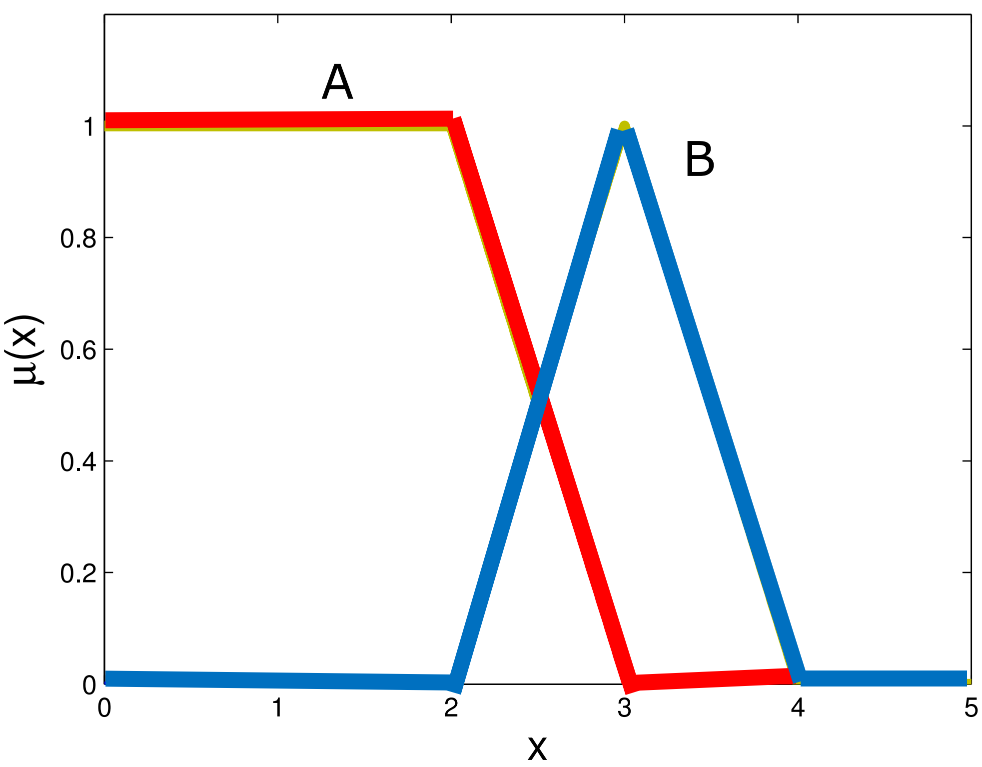
$$\overline{A} = N\,(\mu_A(x)) = 1 - \mu_A(x)$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

. União

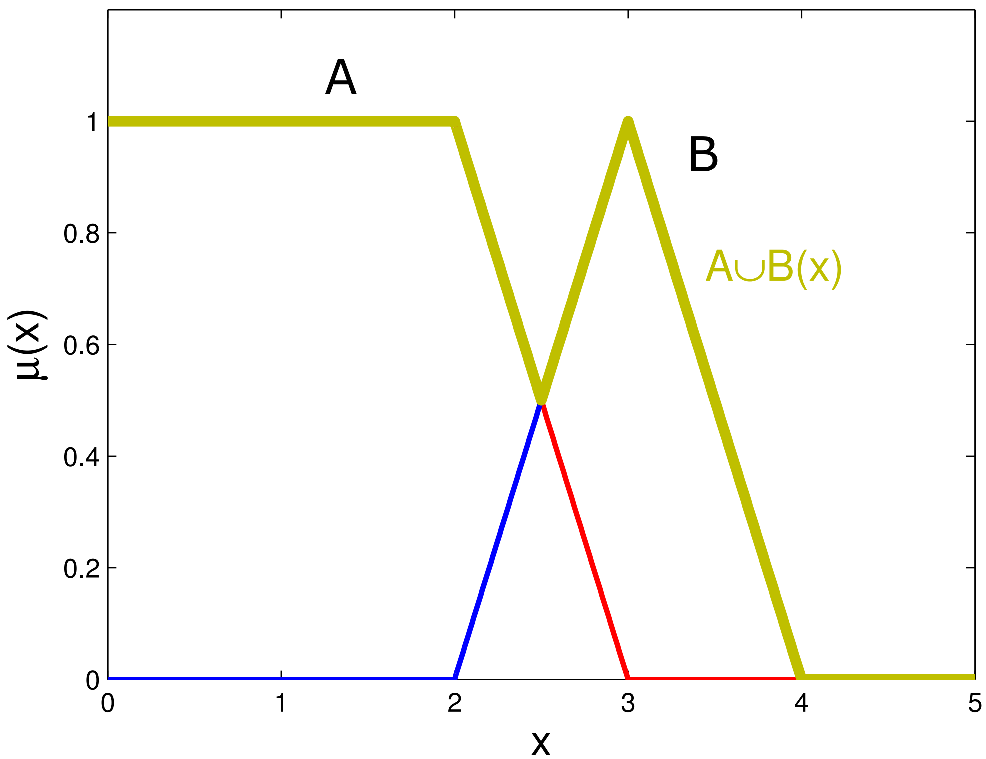
$$\mu_{A\cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

. União

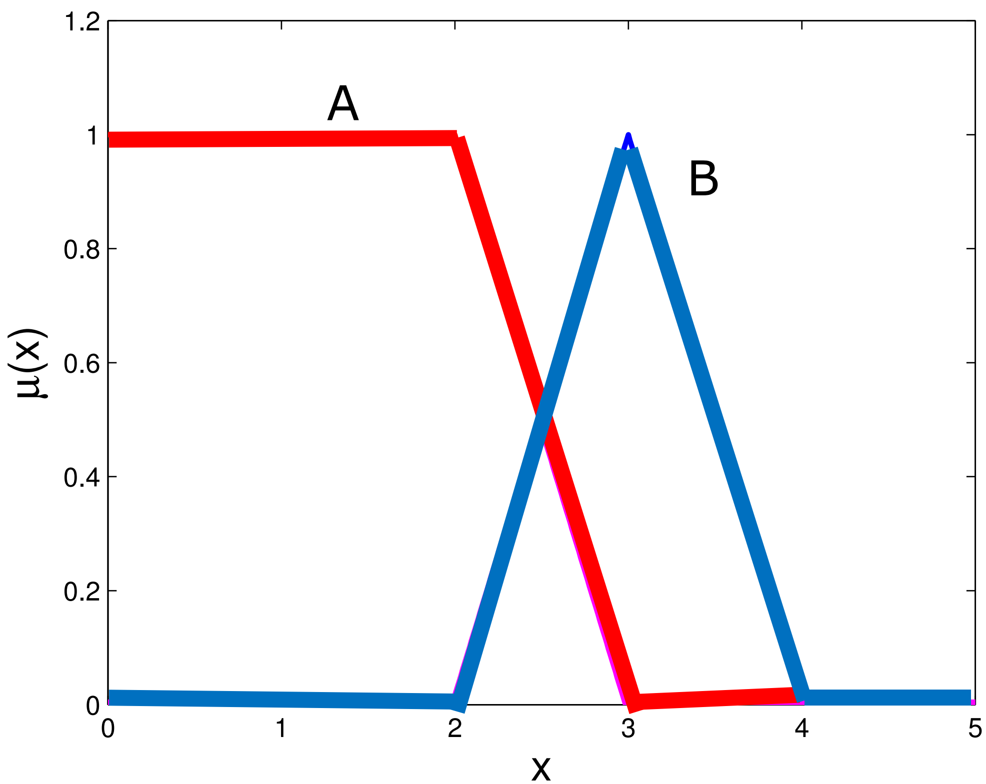
$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right]$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

. Interseção

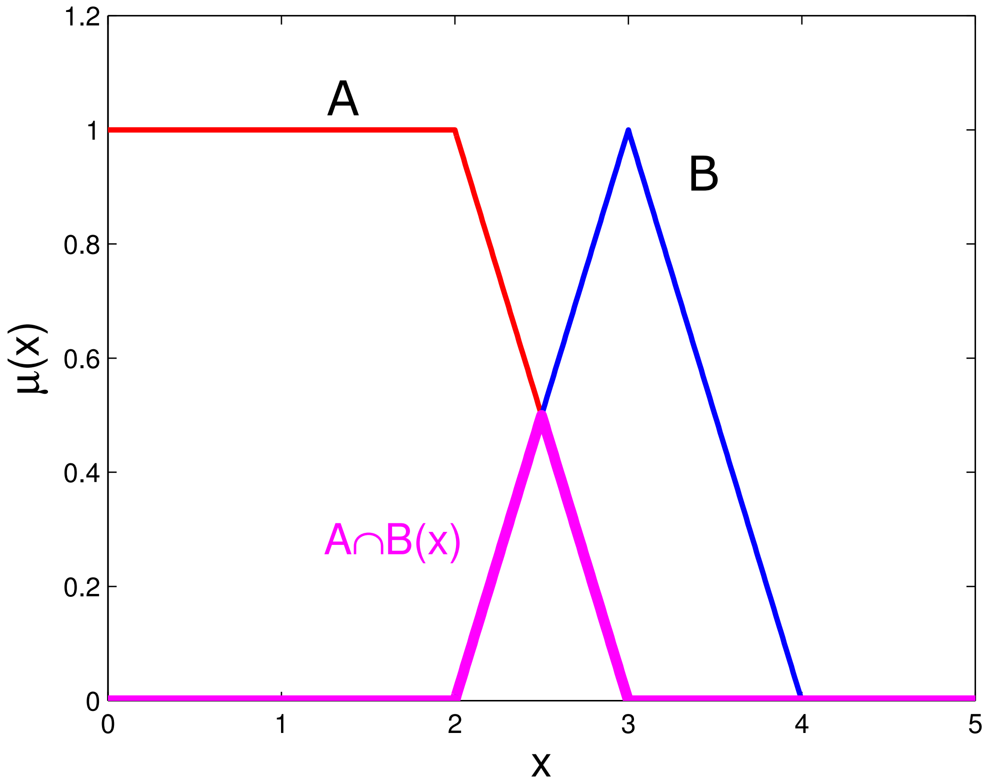
$$\mu_{A\cap B}(x) = \min\,[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

. Interseção

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$



Operações com Conjuntos Fuzzy

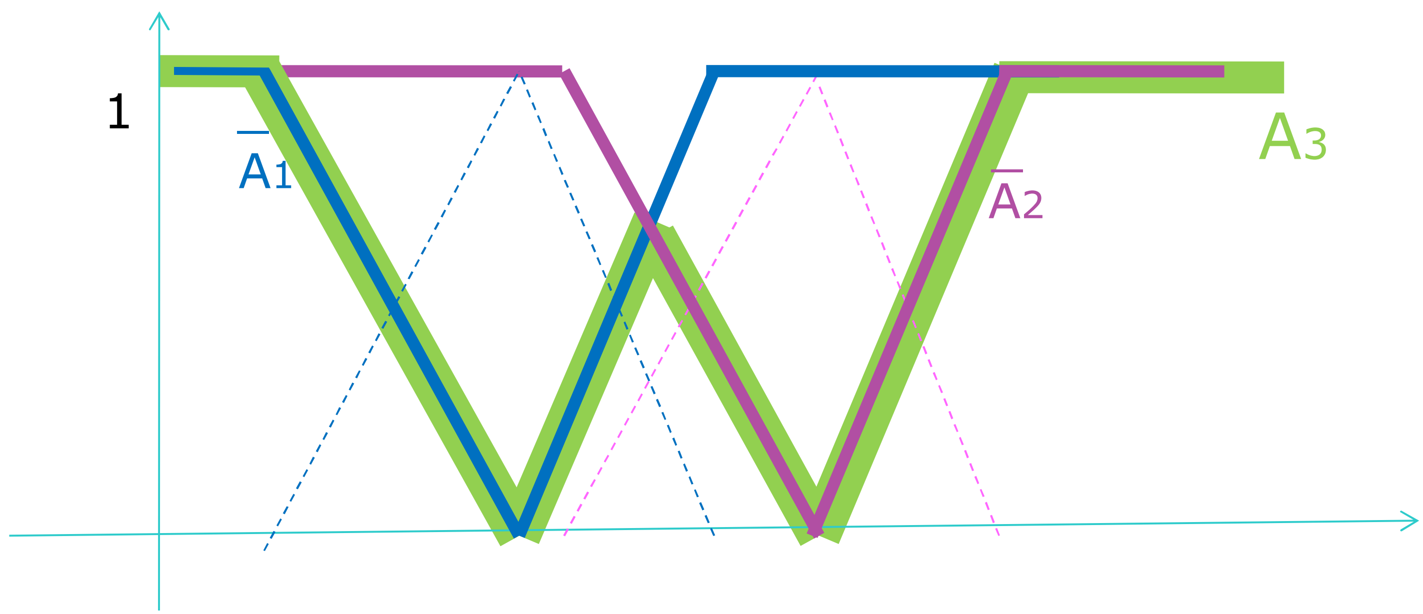
As operações entre conjuntos podem resultar novos conceitos linguísticos:

Exemplo:
$A_1 \rightarrow$ jovem;
$A_2 \rightarrow$ velho;
$A_3 \rightarrow$ não jovem e não velho (idade média)

$$A_3 = N(A_1) \bigcap N(A_2)$$

Operações com Conjuntos Fuzzy

$$A_3 = N(A_1) \bigcap N(A_2)$$



Operações x Relações Fuzzy

As operações são um caso particular de relacão fuzzy pois envolvem conjuntos fuzzy em geral no mesmo universo.

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\,[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad x \in \mathcal{X}$$

Já as relações fuzzy são em geral realizadas

entre variáveis de universos diferentes

$$R\colon \{(x, y), \mu_R(x, y) \mid (x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}\} \quad \begin{array}{l} x \in \mathcal{X} \\ y \in \mathcal{Y} \end{array}$$

Relações x Regras Fuzzy

Toda Regra Fuzzy é uma relação fuzzy

Se <antecedente> então <consequente>

A definição de regras fuzzy depende do conceito de variável linguística

Variável Linguística

variável linguística: **variável** cujos valores são **palavras** ou **sentenças** ao invés de números.

Exemplos:

- pressão no freio = muito forte,
- velocidade = levemente rápido,
- altura = baixo,
- largura = médio,
- distância = mais ou menos longe.

Variável Linguística

Para Zadeh, uma variável linguística é dada por uma quíntupla:
<X, τ(X), $\mathcal{X}$, G, M>

Onde:

X $\rightarrow$ Nome da variável linguística cuja variável base é x.

τ(X) $\rightarrow$ Conjunto de termos linguísticos. Cada elemento de τ(X) representa um rótulo l dos termos que a variável pode assumir.

$\mathcal{X}$ $\rightarrow$ Universo de discurso da variável linguística X.

G $\rightarrow$ Gramática para a geração dos termos ou rótulos.

M $\rightarrow$ Regra que associa a cada rótulo l um conjunto fuzzy representando o seu significado.

Variável Linguística

Exemplo:

X: velocidade de carro de passeio

Universo $\mathcal{X}$: [0, 200]
e variável base x $\in$ $\mathcal{X}$

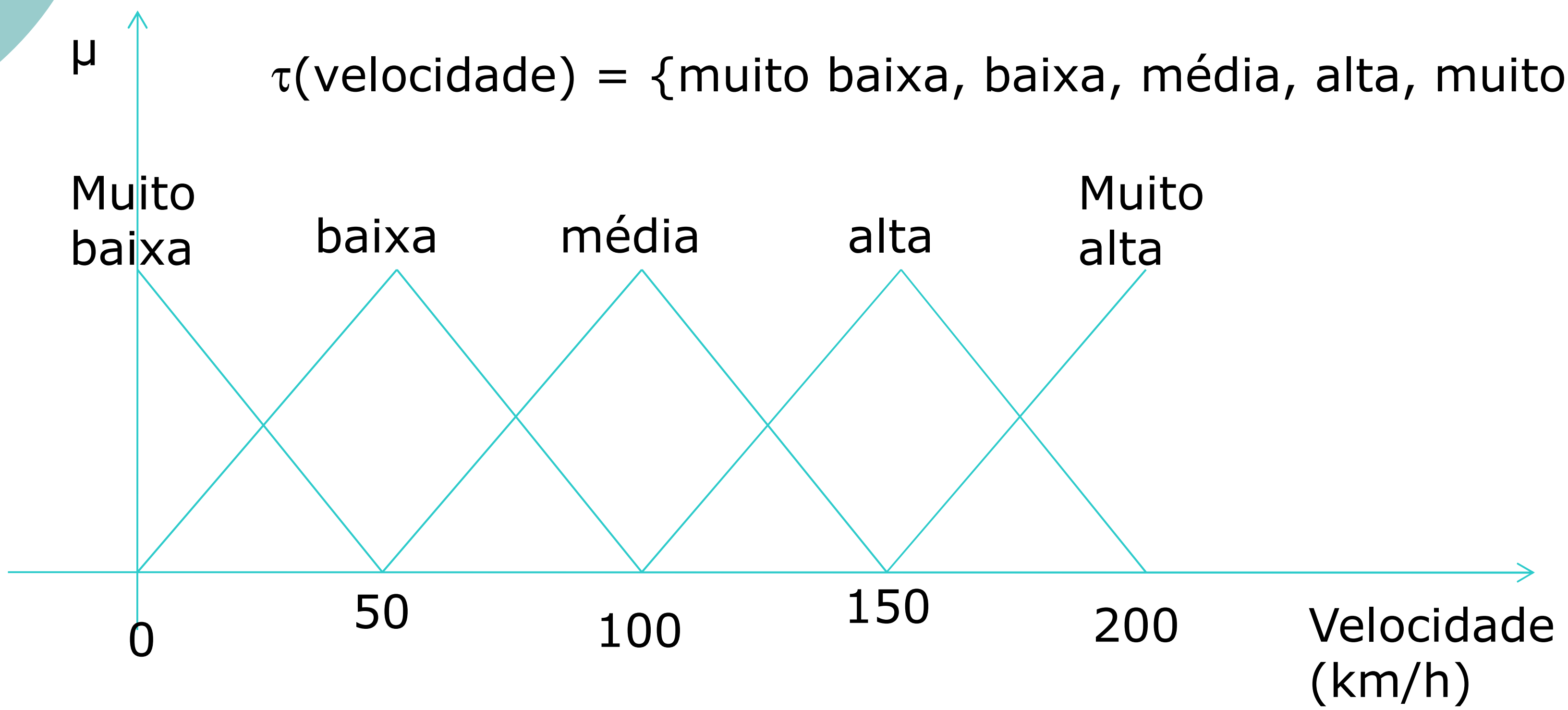
conjunto de termos:

τ(velocidade) = {muito baixa, baixa, média, alta, muito alta}

Variável Linguística: Significado do conjunto

Exemplo: Partição Uniforme da variável Velocidade e o significado de cada termo.

τ(velocidade) = {muito baixa, baixa, média, alta, muito alta}



Variável Linguística: Aplicação

Regras fuzzy

Se X_1 é A_1 E X_2 é A_2 E ... E X_n é A_n então Y_1 é B_1 E Y_2 é B_2

onde

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ são variáveis linguísticas nos universos $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \ldots, \mathcal{X}_n$

Y_1, Y_2 são variáveis linguísticas nos universos $\mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2$

$A_1, A_2, \ldots, A_n$ são conjuntos fuzzy nos universos $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \ldots, \mathcal{X}_n$,

B_1, B_2 são conjuntos fuzzy nos universos $\mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2$

Regras Fuzzy

Exemplo de regras

Se velocidade é alta E distância é pequena ENTÃO pisar muito forte no freio

Se velocidade é baixa E distância é grande ENTÃO pisar pouco forte no freio

Fato: Velocidade é média e distância é média

Conclusão: ????

Computação com Regras x Inferência

Fato: A’

Regra: $A \rightarrow B$

Conclusão = Fato º Regra (Raciocínio Fuzzy)

B’ = A’ º ($A \rightarrow B$)

Inferência Clássica (Modus Ponens)

Fato: O tomate é vermelho

Regra: Se o tomate é vermelho então ele está maduro

Conclusão: O tomate está maduro

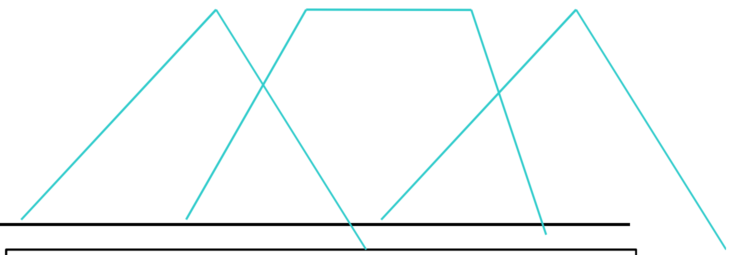
Raciocínio Aproximado
(Modus Ponens Generalizado)

Fato: O tomate é alaranjado

Regra: Se o tomate é vermelho então ele está maduro

Conclusão: O tomate está levemente maduro

Raciocínio Fuzzy



Conjuntos Fuzzy

Fato: O tomate é alaranjado

Regra: Se o tomate é vermelho então ele está maduro

semântica

Conclusão: O tomate está levemente maduro

Raciocínio Fuzzy

Primeiro Passo:

Semântica da Regra: vermelho $\rightarrow$ maduro

Qual será a função que mapeia antecedente no consequente?

Segundo Passo:
Obtenção da Conclusão

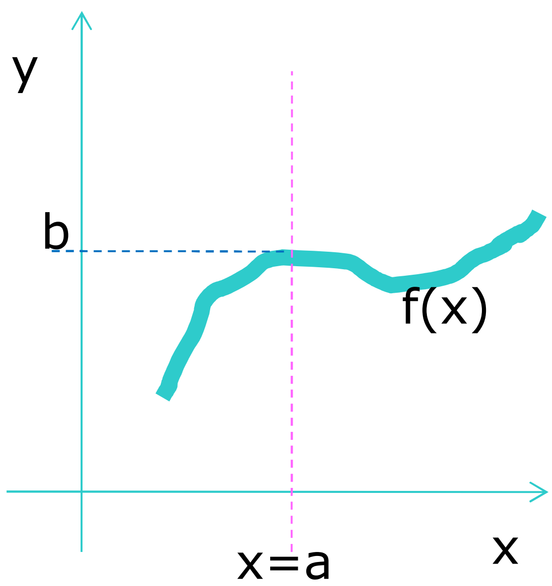
Levemente maduro = alaranjado o (vermelho $\longrightarrow$ maduro)

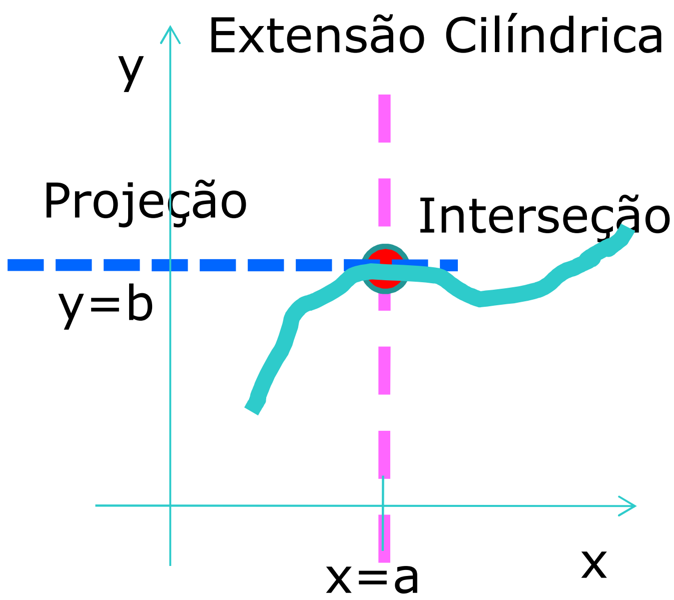
Regra Composicional de Inferência

Regra Composicional de Inferência

É a generalização do processo de se inferir

um valor y=b de uma função f (.) a partir de um ponto x = a



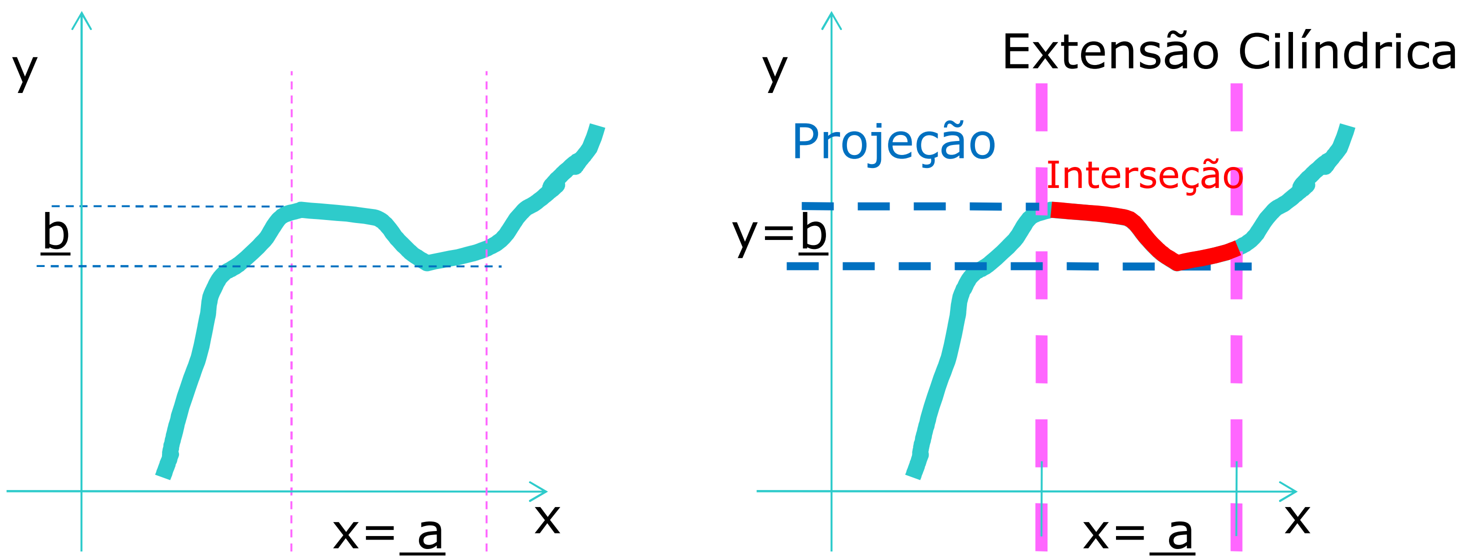


Regra Composicional de Inferência

É a generalização do processo de se inferir

um intervalo y= b de uma função f (.)

a partir de um intervalo x= a



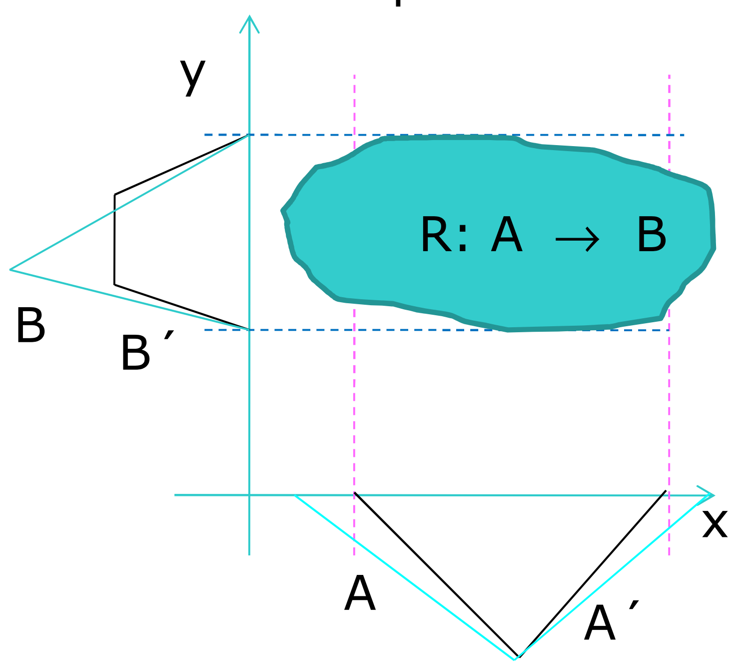
Raciocínio Fuzzy

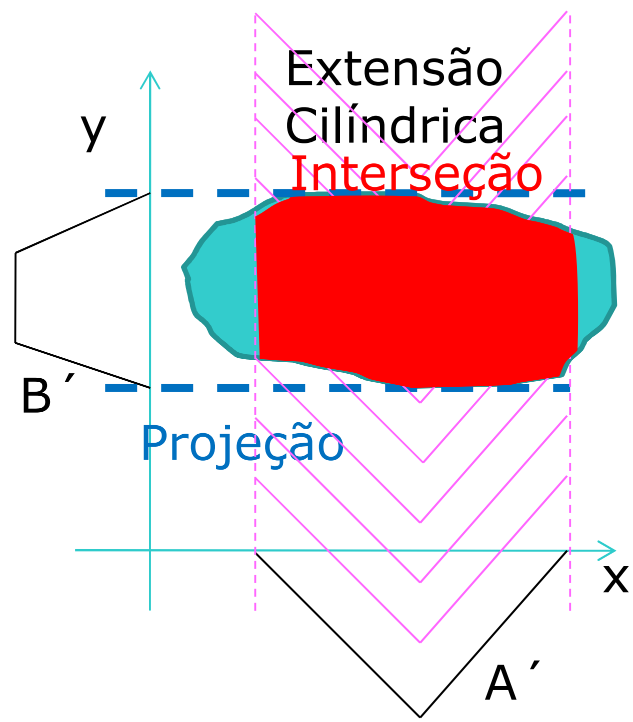
a) Definição da semântica da regra (ou relação) $R:(A \rightarrow B)$

b) Uso da Regra Composicional de Inferência para obter B′

$B' = A' \circ (A \rightarrow B)$

Passo a passo





Raciocínio Fuzzy

Dois passos principais:

a) Definição da semântica da regra   R: ($A \rightarrow B$)

Por exemplo: semântica conjunção (norma t =mínimo)

b) Como a conclusão será extraída da regra + fato:

$B' = A' \circ R$

b1.Constrói-se a extensão cilíndrica de A´

b2.Encontra-se a interseção I entre A´ e R

b3.Projeta-se I no eixo y

Raciocínio Fuzzy

Fato: O tomate é alaranjado

Regra: Se o tomate é vermelho então ele está maduro

Conclusão: O tomate está levemente maduro

A -> vermelho
A´ -> alaranjado
B -> maduro
B´-> levemente maduro

A -> B : semântica
conjuntiva

Extensão Cilindrica:
Replicar A’ ao longo de y

Interseção: Minimo

Projeção: Maximo

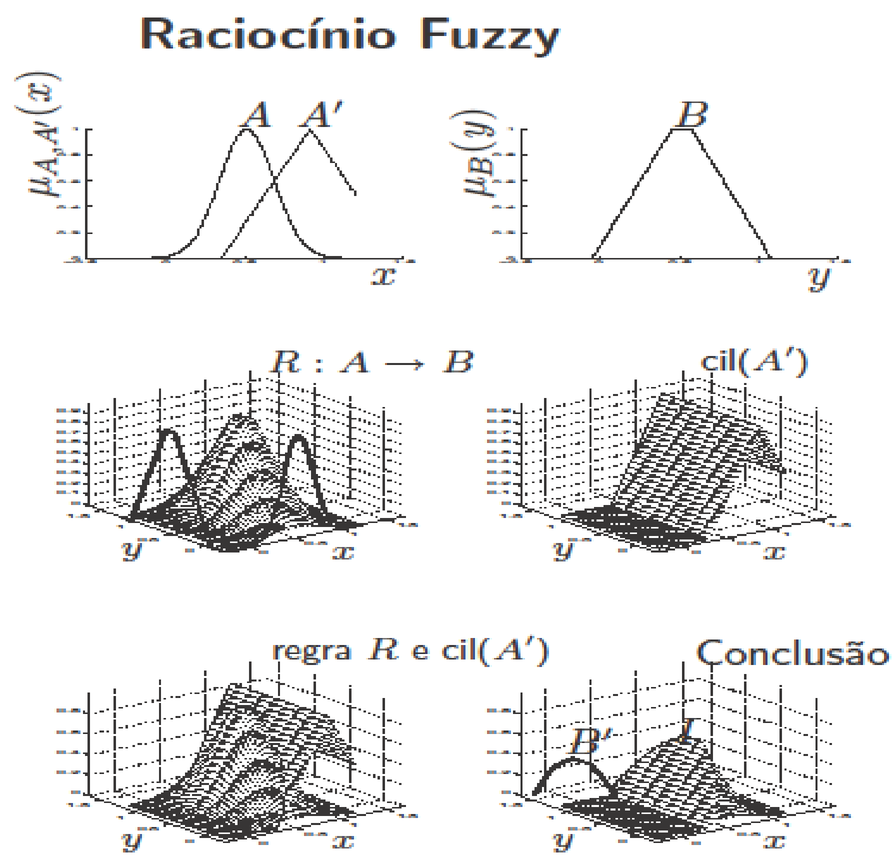
A -> vermelho
A´ -> alaranjado
B -> maduro
B´-> levemente maduro

A -> B : semântica
conjuntiva

Extensão Cilindrica:
Replicar A’ ao longo de y

Interseção: Minimo

Projeção: Maximo



Raciocínio Fuzzy x Inferência Min-Max

O Raciocínio fuzzy mostrado anteriormente envolve regras com apenas

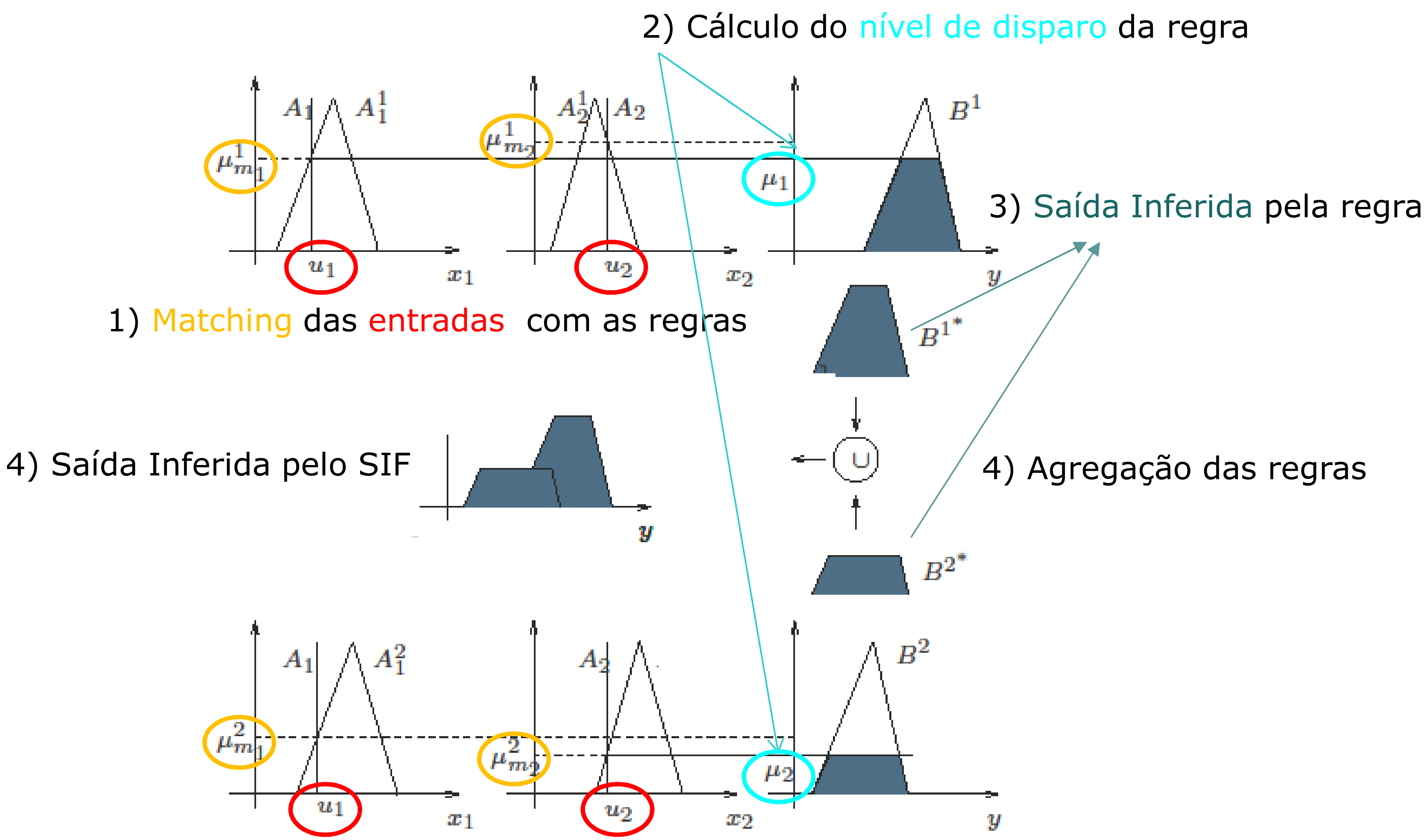
1 variável de entrada e

1 variável de saída

E para sistemas mais complexos?

Método simplificado: inferência Min-Max

Inferência Fuzzy: Min Max



1) Matching das entradas com as regras

Sistemas de Inferência Fuzzy (SIF)

A estrutura básica de um sistema fuzzy possui três componentes conceituais:

Base de dados (BD): Partição do Universo

Base de regras (BR): Conjunto de regras

Mecanismo de raciocínio: Inferência

Operadores:

agregação de antecedentes,

semântica da regra,

agregação das regras,

método de defuzzificação.

Exemplo: sistema de controle de freios

Variáveis de entrada:

Velocidade do carro

Distância para o obstáculo

Variável de saída:

Força no freio

Exemplo: sistema de controle de freios

Base de dados:

Velocidade do carro: $\tau(V)$ ={alta, média, baixa}

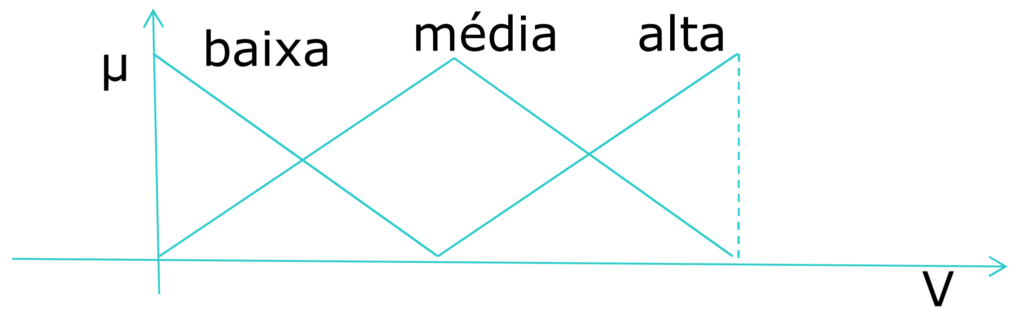
Distância para o obstáculo: $\tau(V)$ ={pequena, grande}

Força no freio: $\tau(F)$ ={pouco forte, força média, muito forte}

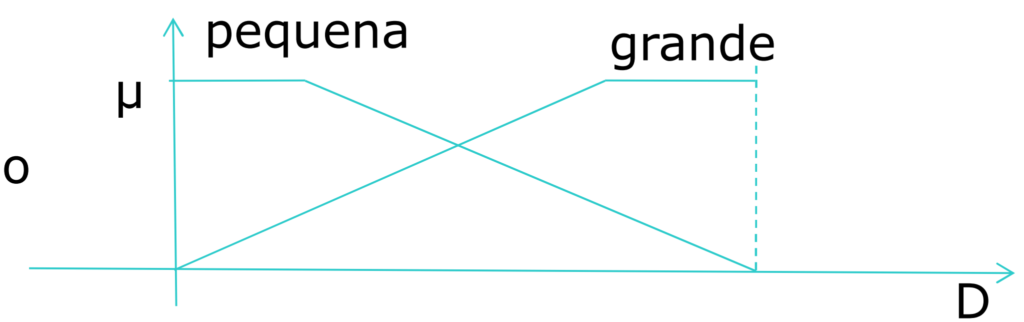
Exemplo: sistema de controle de freios

Base de dados:

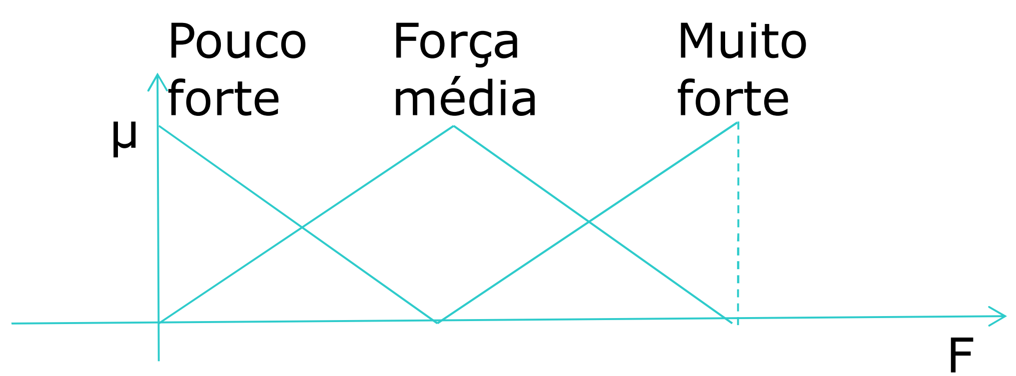
Velocidade do carro



Distância para o obstáculo



Força no freio



Exemplo: sistema de controle de freios

Base de Regras:

Máximo de regras: $|\tau(V)| \times |\tau(D)| = 3 \times 2 = 6$

Algumas regras possíveis:

Se V é ***baixa*** AND D é ***grande*** então pisar ***pouco forte*** no freio

Se V é ***média*** AND D é ***grande*** então pisar com ***força média*** no freio

Se V é ***alta*** AND D é ***pequena*** então pisar com ***muito forte*** no freio

.....

Exemplo: sistema de controle de freios

Mecanismo de Raciocínio:

Se V é *baixa* AND D é *grande* então pisar *pouco forte* no freio

Se V é *média* AND D é *grande* então pisar com *força média* no freio

Se V é *alta* AND D é *pequena* então pisar com *muito forte* no freio
…..

Qual operador de agregação AND ? produto ou min

Na base de regras: Se <antecedente> então <consequente>

Qual operador para a semântica da regra ? Conjuntiva ou implicação?

Como agregar as regras ativas? Max ou média?

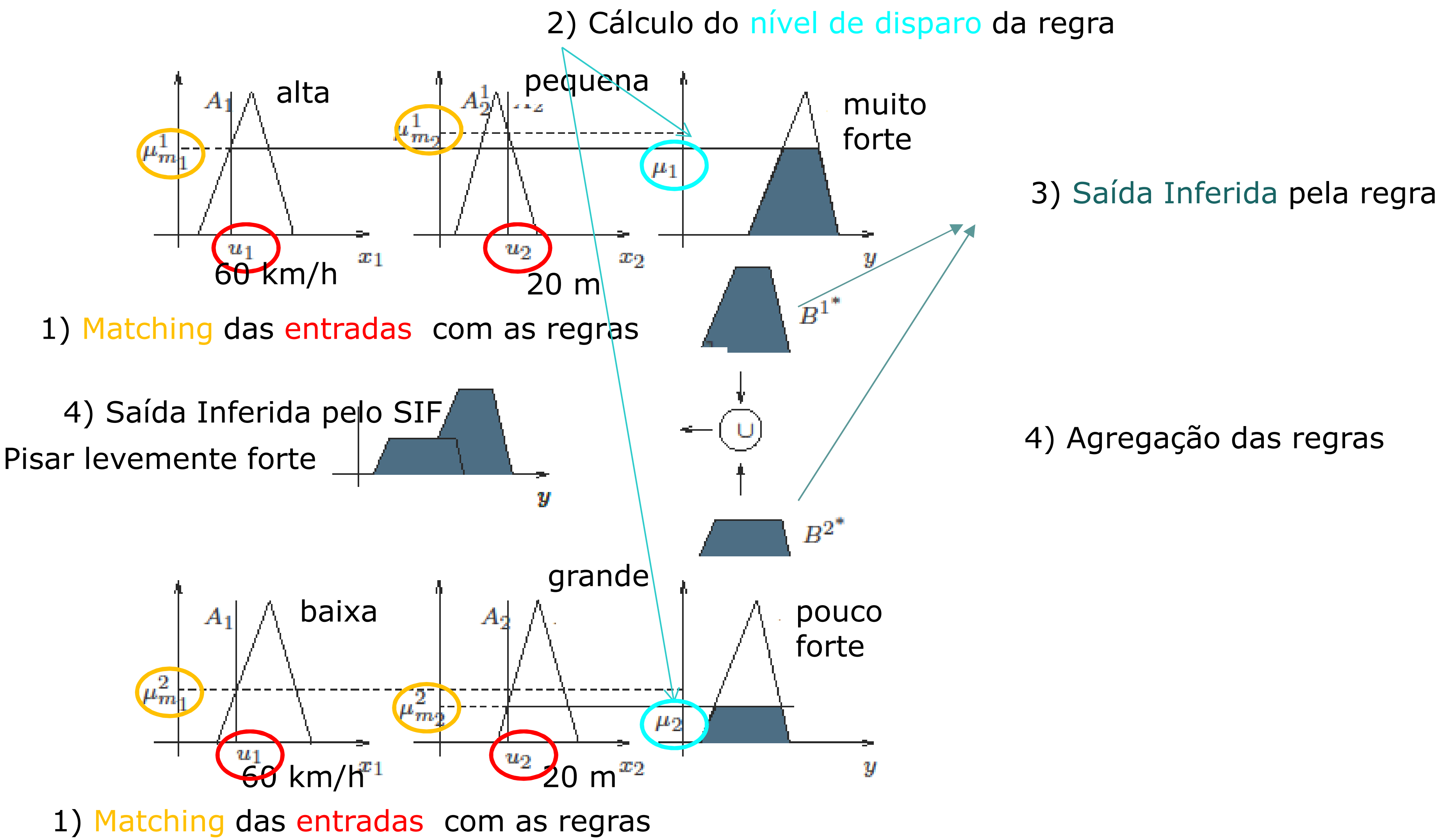
BRF do sistema de controle de freio

Exemplo de regras

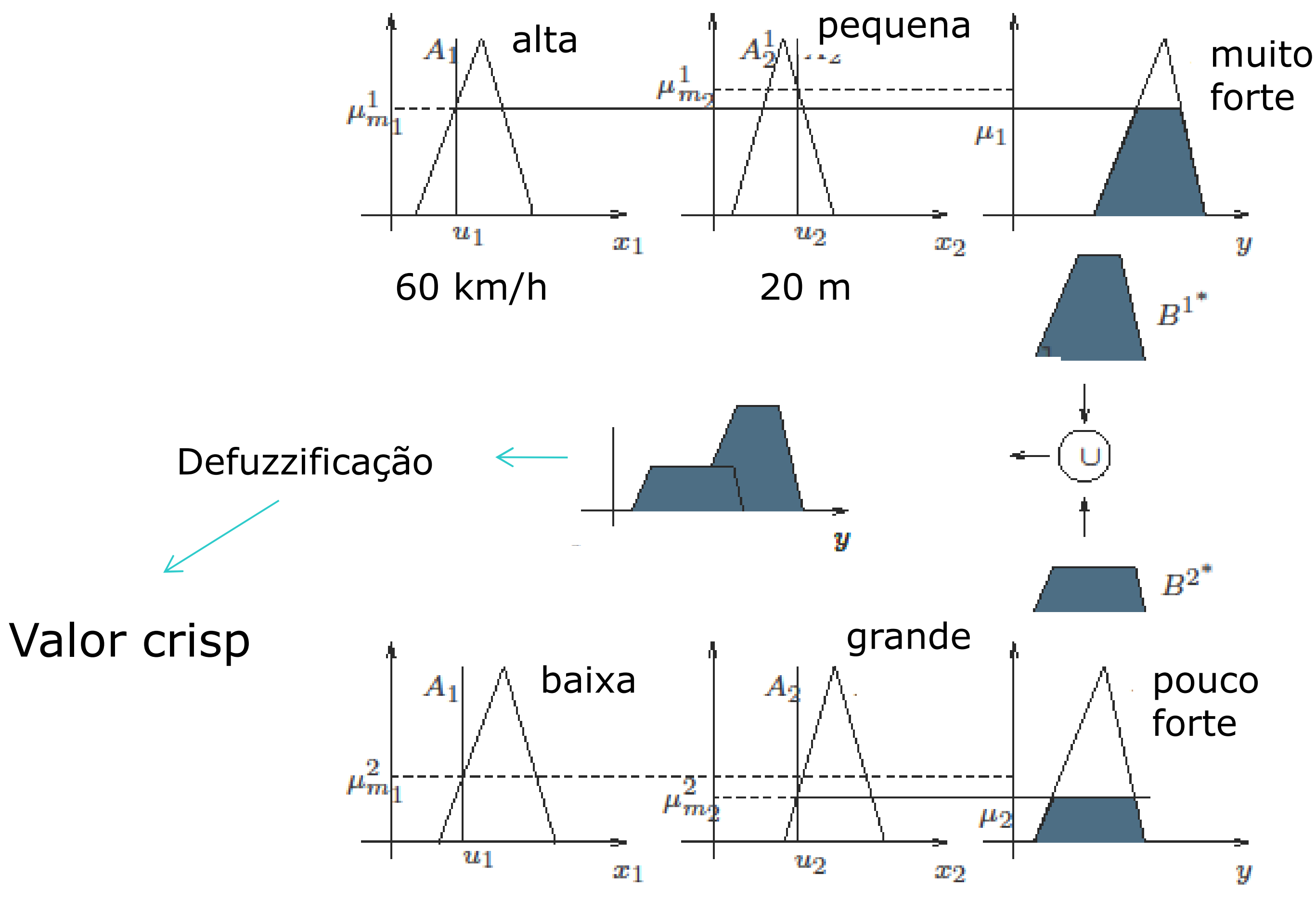
Se velocidade é alta E distância é pequena
ENTÃO pisar muito forte no freio

Se velocidade é baixa E distância é grande
ENTÃO pisar pouco forte no freio

Inferência Fuzzy: Min Max



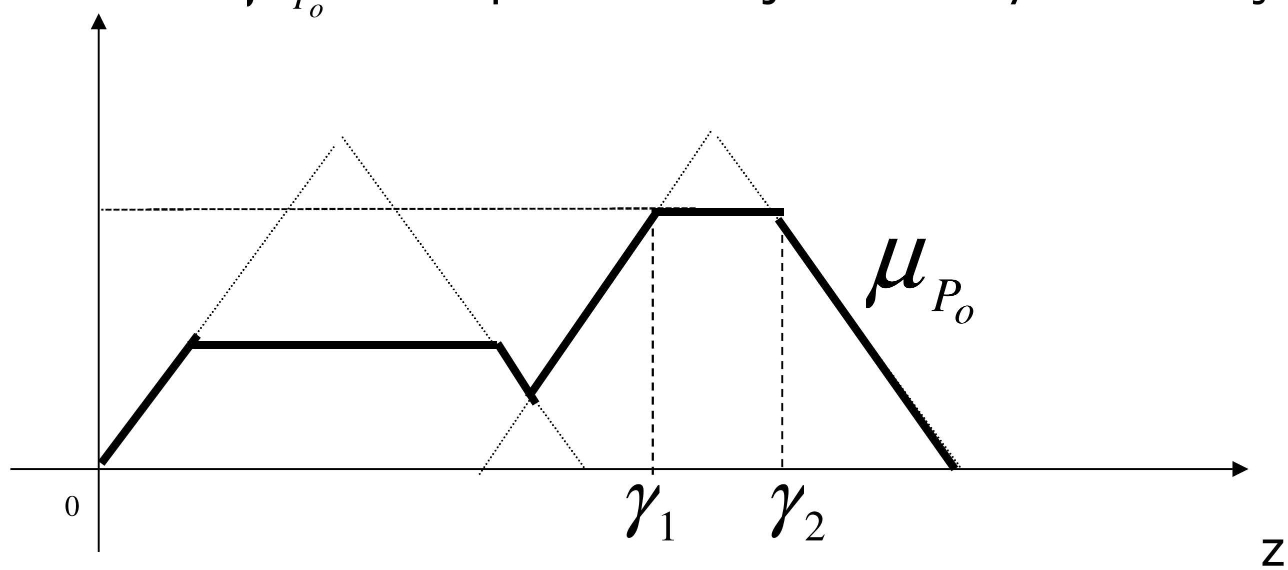
Inferência Fuzzy: Min Max



Métodos de Defuzzificação

Os métodos de defuzzificação produzem saídas crisp a partir da função de pertinência da saída inferida

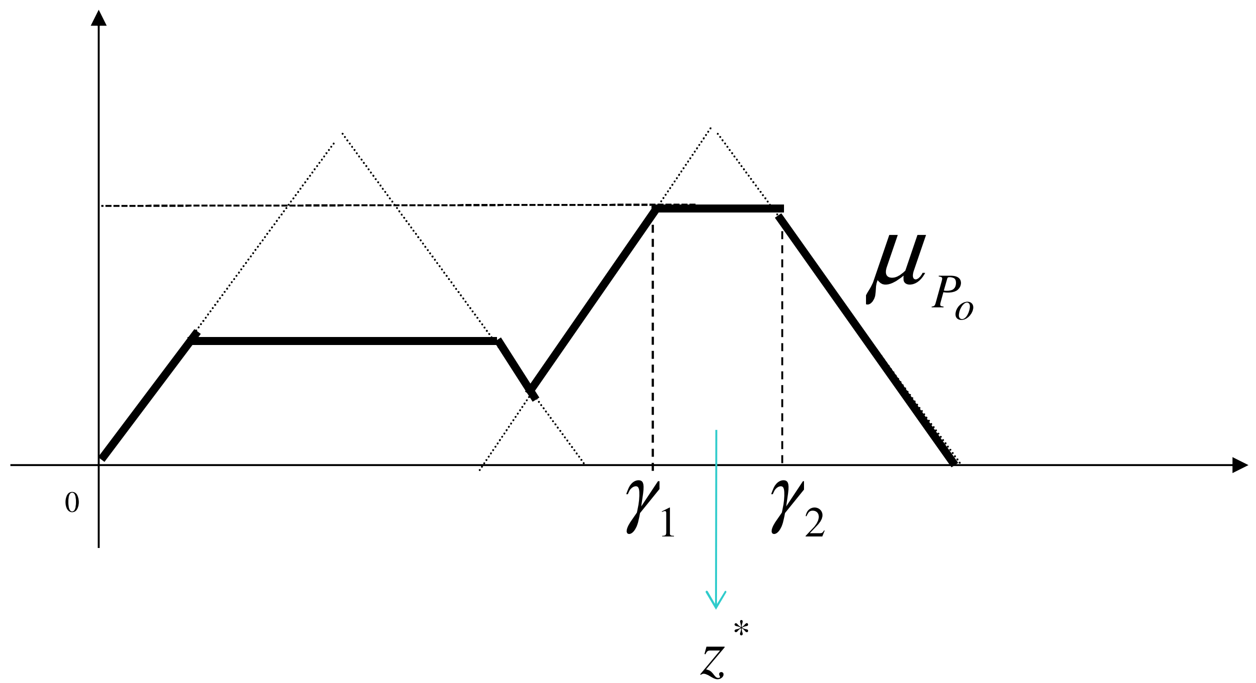
Seja o resultado inferido μ_{P_o} dado por um conjunto fuzzy com função de pertinência :



Métodos de Defuzzificação

MÉDIA DOS MÁXIMOS (MoM): Os valores relativos ao máximo da função são selecionados e é tomada a sua média.

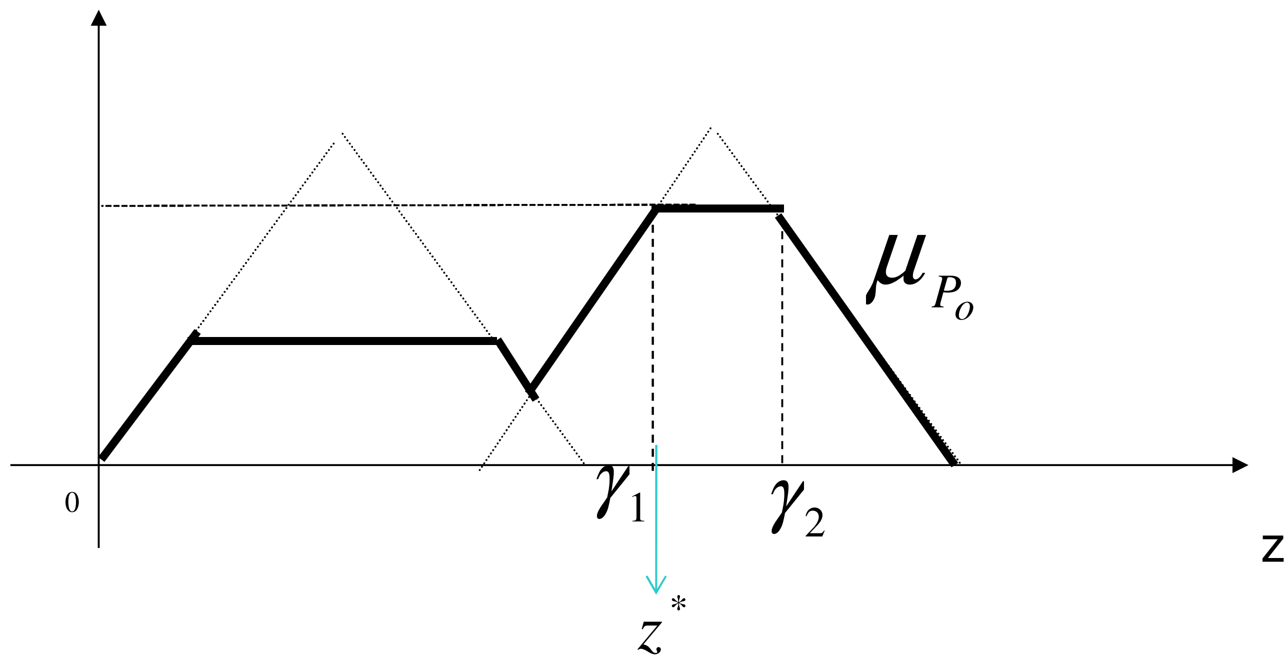
$$z^* = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}$$



Métodos de Defuzzificação

MÍNIMO dos MÁXIMOS): Os valores relativos ao máximo da função são selecionados e é tomada O MENOR.

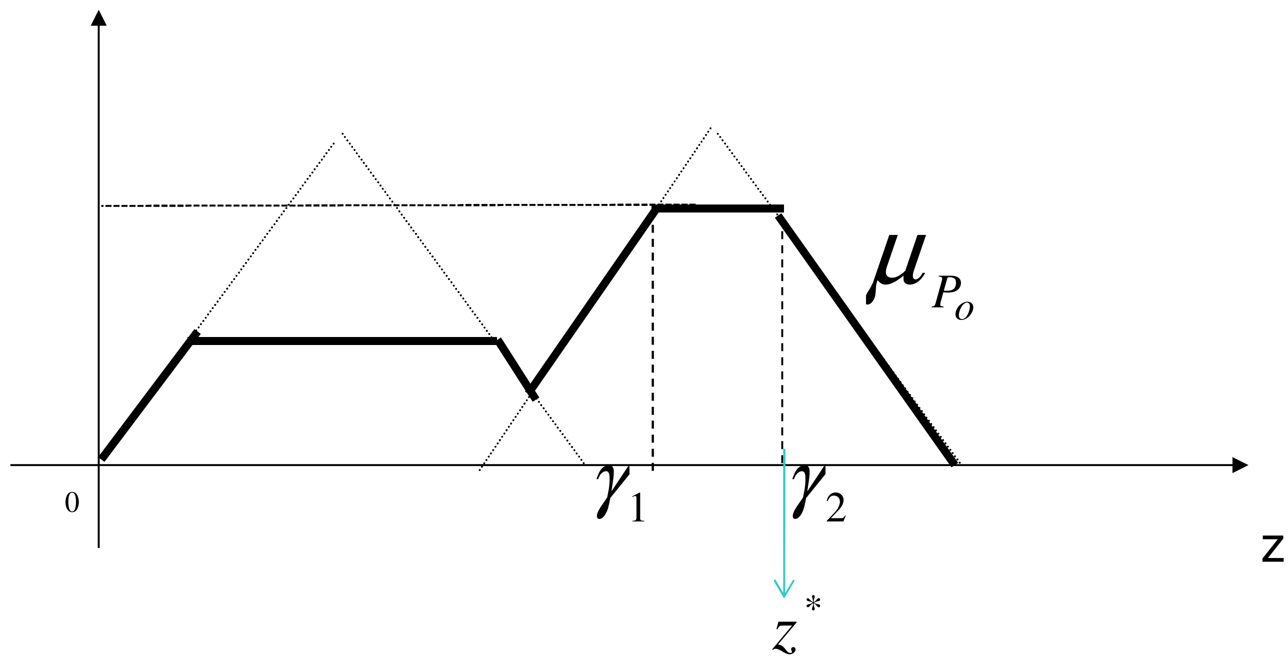
$$z^* = \gamma_1$$



Métodos de Defuzzificação

MÁXIMO dos MÁXIMOS: Os valores relativos ao máximo da função são selecionados e é tomada O MAIOR.

$$z^* = \gamma_2$$

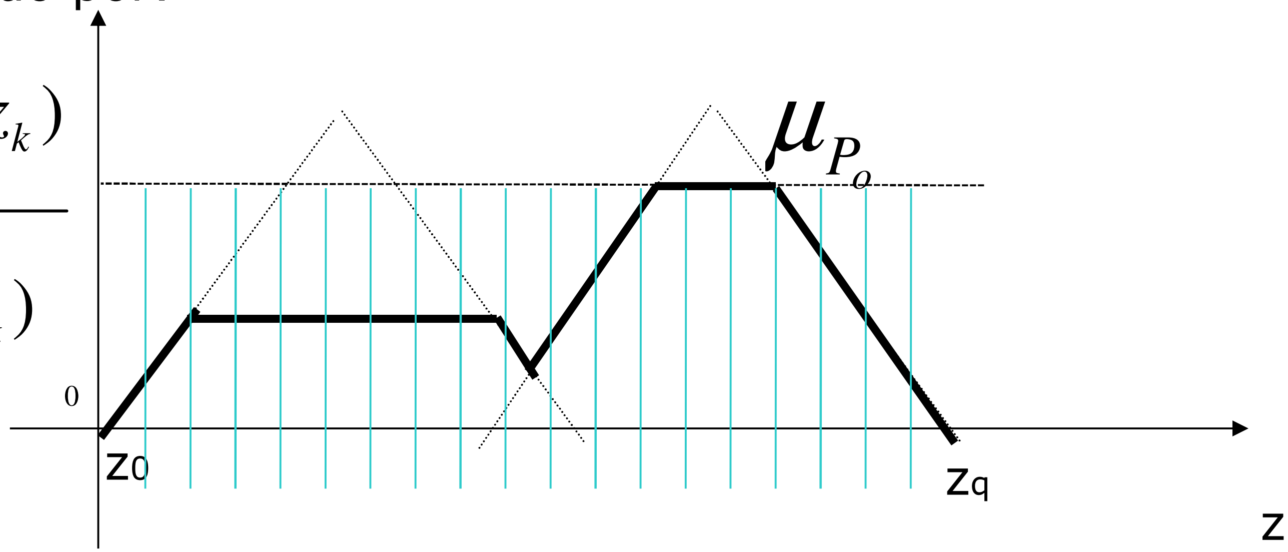


Métodos de Defuzzificação

CENTROIDE OU CENTRO DE GRAVIDADE(CoG): $z^* = \dfrac{\int_z \mu_{P_o}(z) z\,dz}{\int_z \mu_{P_o}(z)\,dz}$

Para o caso discreto (ou a discretização da função contínua) temos que, subdividindo-se o intervalo [z_0,Z_q] em q sub-intervalos próximos, o valor crisp é dado por:

$$z^* = \frac{\sum_{k=1}^{q} z_k \mu_{P_o}(z_k)}{\sum_{k=1}^{q} \mu_{P_o}(z_k)}$$



Aplicações: Controle

Máquina de Lavar Fuzzy

Considere o problema da **Máquina de Lavar com Controle *Fuzzy*.**

Neste problema temos duas variáveis de entrada:

- Grau de sujeira da roupa (Sujeira)
- Manchas presentes na roupa (Manchas)

e uma variável de saída

- Tempo de lavagem da máquina

Suponha um sistema *fuzzy* (modelo MAMDANI definido por um especialista para resolver este problema) composto por uma base de dados, base de regras e mecanismo de inferência conforme mostrado a seguir:

Aplicações: **Máquina de Lavar Fuzzy**

BASE DE DADOS

Na base de dados, as variáveis linguísticas e possuem os seguintes conjuntos de termos linguísticos:

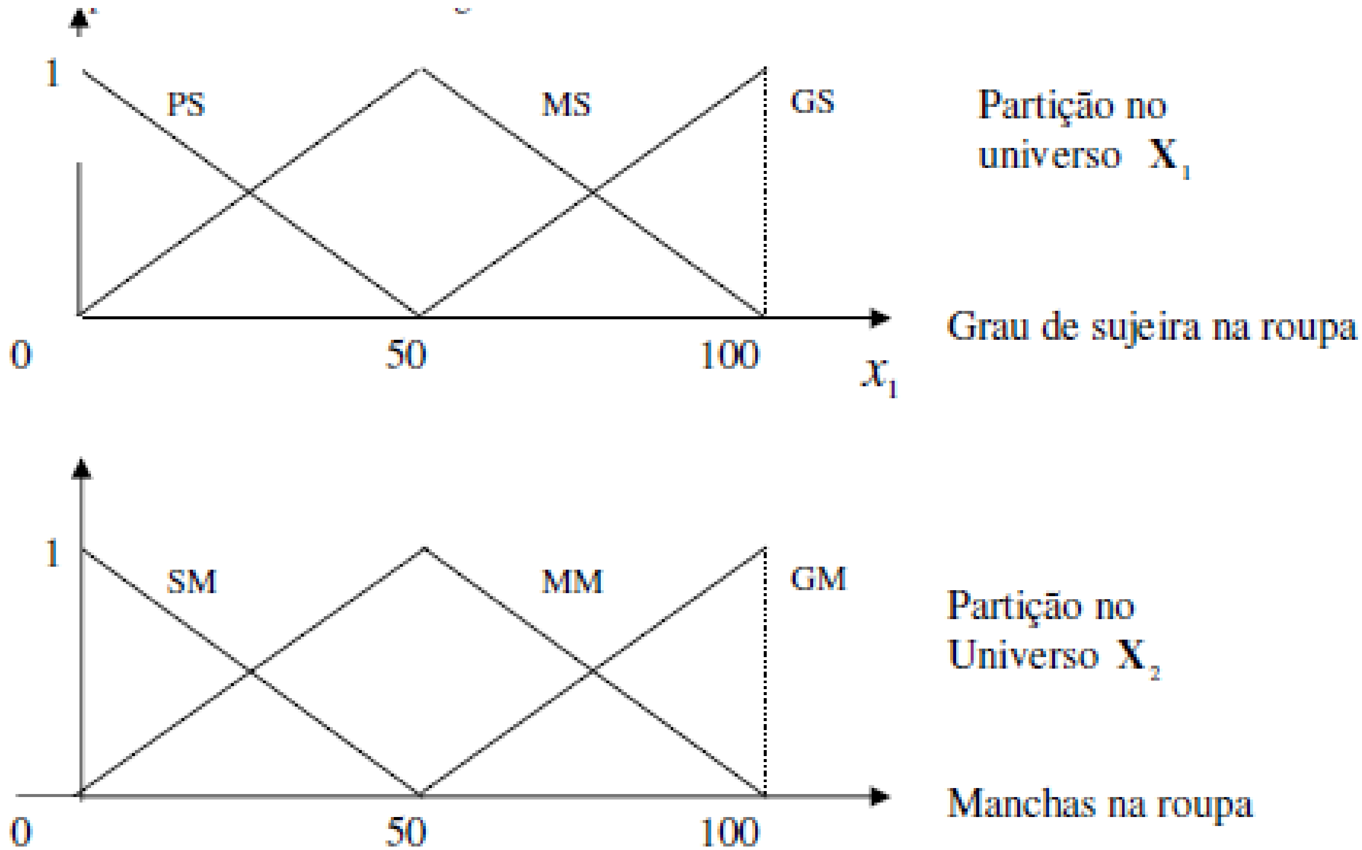
$$T(X_1) = \{\mathrm{PS(pequena\ sujeira), MS(média\ sujeira), GS(grande\ sujeira)}\}$$

$$T(X_2) = \{\mathrm{SM(sem\ mancha), MM(média\ mancha), GM(grande\ mancha)}\}$$

$$T(Y) = \{\mathrm{MC(muito\ curto), C(curto), M(médio), L(longo), ML(muito\ longo)}\}$$

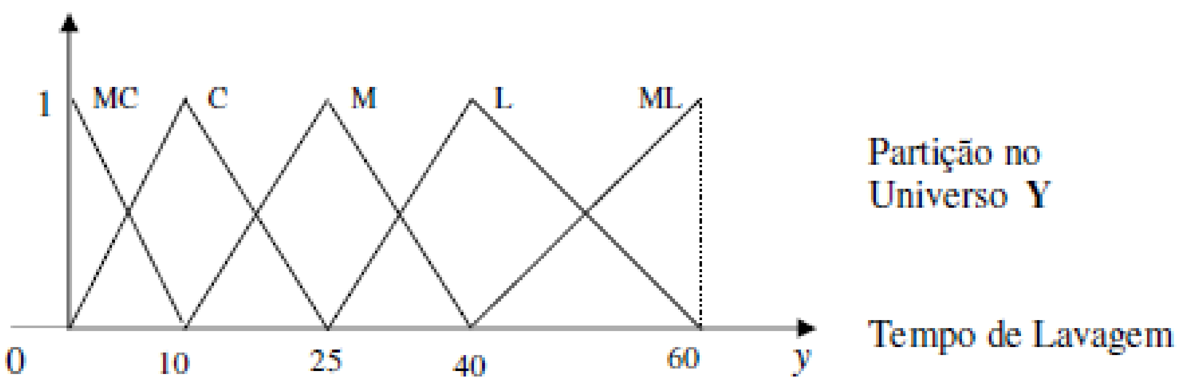
Aplicações: **Máquina de Lavar Fuzzy**

BASE DE DADOS: Variáveis de Entrada



Aplicações: **Máquina de Lavar Fuzzy**

BASE DE DADOS: Variável de Saída



Aplicações: **Máquina de Lavar Fuzzy**

BASE DE REGRAS

A base de regras envolvendo as entradas (grau de sujeira e manchas na roupa) e a saída (tempo de lavagem) é dada por:

	SM	MM	GM
PS	MC	M	L
MS	C	M	L
GS	M	L	ML

O que define o seguinte conjunto de regras *fuzzy*:

R1: Se X_1 é **PS** E X_2 é **SM** então Y é **MC**

R2: Se X_1 é **PS** E X_2 é **MM** então Y é **M**

.

.

R9: Se X_1 é **GS** E X_2 é **GM** então Y é **ML**

E de forma não abreviada:

R1: Se grau de sujeira é **pequena sujeira** E manchas na roupa é **sem manchas** então o tempo de lavagem é **muito curto**

Base de Regras: **Máquina de Lavar Fuzzy**